Lorentz 変換の新解釈（II）

村田 茂昭

1．はじめに

Lorentz（*Hendric A.Lorentz*）は、当時の実験結果を整理し他の学者の意見を勘案して *Lorentz* 変換にたどり着いた。当初の彼の考えによれば、絶対静止系（絶対静止空間）が存在し、*Lorentz* 変換はそれと移動系の座標との関係式であった。

以前に発表した論文において[1] 2次元時空（時間1次元、空間1次元）のモデルを示し、*Lorentz* 変換を宇宙の一様な膨張の反映として説明した。

(時空を *Riemann* 空間として扱うとき、時間座標も空間座標であるが、説明の便宜上本論文においては、時刻をあらわす座標を時間座標、相対論以前の3次元空間座標に相当する座標を空間座標と呼ぶ。)

この2次元の段階では、このモデルは、*A.Einstein* の特殊相対論と等価である。しかし、空間の次元を増やしてゆくと、これは、もはや等価でなくなる。すなわち、基準系に対する相対速度が基本テンソルに記憶される。これは、ある種の絶対速度であるというのが、本論文の主張である。すなわち、絶対速度は、基本テンソルに記憶される。

Lorentz の理論が排斥されたのは、現代風に解説すると、「*Minkowski* 時空においては等速度変換によって、基本テンソルが不変であるため、相互に等速運動するすべての座標系の区別がつかなくなる」ことによる。

Riemann 幾何学の導入によって、*Lorentz* の理論は復権できるであろうか？　まず、空間が、*Minkowski* 時空であり *Lorentz* 変換の式が、従来の理論と同じであっては、このようなことは起こらない。しかし、本論文のように、時空が *Minkowski* 時空でなくなると、その

不合理は解消する。

本論文の主張によれば、*Lorentz* 変換の式は、一般にはもっと複雑な形をしており、特定の場合に *Lorentz* の原案と一致する。これを本論文では、*Lorentz* 型変換と呼ぶ。また時空は、きわめて *Minkowski* 時空に近いが、それとは異なるものであり、絶対速度は、基本テンソルの成分中に記憶される。

2．源時空

以下において、わかりやすさのため、原論文[1)]と重複する部分がある。

仮定 1　スカラ宇宙時刻を τ とする。τ は、単調に増大する。

仮定 2　3 次元の位置パラメータ座標空間（ ξ^1, ξ^2, ξ^3 ）がある。位置パラメータは無名数である（距離に相当するが、長さの次元を持たない)。

位置パラメータ座標は、原論文では、宇宙虚角座標と称したものである。虚角という名は、誤解を招くので、位置パラメータと名前を変更した。なお、原論文では 1 次元であったが、本論文では 3 次元に拡張している。

仮定 3　光速度を c とするとき、次のような 4 次元空間が存在する。

$$\left.\begin{aligned} \hat{x}^0 &= c\tau \\ \hat{x}^1 &= \xi^1 = \xi_x \\ \hat{x}^2 &= \xi^2 = \xi_y \\ \hat{x}^1 &= \xi^3 = \xi_z \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

［定義 1］

座標系が $\hat{x}^0, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3$ である系（4 次元 *Riemann* 空間）を 4 次元源

時空と呼ぶ。

仮定 4　4 次元源時空の共変基本テンソルは

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & (c\tau)^2 & & \\ & & (c\tau)^2 & \\ 0 & & & (c\tau)^2 \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

である。

[解説] 源時空という概念は、文献（1）で使用した概念である。我々が時空と認識するものを実時空とし、座標変換によって実時空を形作る原材料になるものを源時空と称した。

位置パラメータ座標空間のどの点を、源時空の空間座標の原点にするかは、まったく任意である。時刻座標の原点は、現代宇宙論の大勢に従って、$\tau = 0$ とした。

(2.2) 式では、暗黙の内に（源時空の）空間部分をデカルト座標的（…基本テンソルの対角成分が等しく、非対角成分はゼロである…）に定義した。この部分は、空間の性質を変えることなく、円筒座標や球座標に変換できる。以下において、簡単のため、prime(') 等で区別することなく、各々の座標の基本テンソルを記す。(なお、本論文においては、空間座標の名前で、4 次元座標系を呼ぶ。)

◇円筒座標系

座標変数を

$$(\hat{x}^0, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3) = (c\tau,\ \xi_r,\ \varphi,\ \xi_z) \qquad (2.3)$$

とする。ただし

$$\left.\begin{aligned} \xi_r &= \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \\ \varphi &= \tan^{-1}\frac{\xi_y}{\xi_x} \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

とする。

共変基本テンソルは、簡単な計算により

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & (c\tau)^2 & & \\ & & \xi_r{}^2(c\tau)^2 & \\ 0 & & & (c\tau)^2 \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

である。

◇**球座標系**

座標系を

$$(\hat{x}^0, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3) = (c\tau,\ \xi_R,\ \theta,\ \varphi) \qquad (2.6)$$

とする。ただし

$$\left.\begin{aligned} \xi_R &= \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \\ \theta &= \cos^{-1}\frac{\xi_z}{\xi_R} \\ \varphi &= \tan^{-1}\frac{\xi_y}{\xi_x} \end{aligned}\right\} \qquad (2.7)$$

とするとき、共変基本テンソルは

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & (c\tau)^2 & & \\ & & (c\tau)^2\xi_R^2 & \\ 0 & & & (c\tau)^2\xi_R^2\sin^2\theta \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

となる。ここでは、円筒座標系と球座標系が同時にあらわれたので、円筒座標系の動径成分を小文字 r、球座標系の動径成分を大文字 R、としたが、混乱する恐れがない場合は区別しないことがある。

3．円筒型実時空の試み

源時空に双曲線関数変換（後述）を施して実時空を作成するが、この操作は空間軸が増加したため、やや複雑である。*Riemann* 幾何学の一般座標変換の概念から言うと、どの座標変換も正しいが、本論文では、「我々が実際の時空と認識するものはどれか？」と言うことが問題である。

本論文では、次の二つの方針を掲げる。
(1) 各々の空間座標の原点近傍では、源時空と実時空は一致するか、または単純な比例関係にある。
(2) 時間軸とデカルト座標的な一つの空間軸を抜き出したとき、単純な *Lorentz* 変換は、位置パラメータ座標の平行移動で説明できる。

この章では、*Lorentz* 変換を、宇宙膨張の反映として説明するため、円筒型実時空の一案について検討する。（次の段階において、相対速度の方向を、円筒の長手方向とすることを見込んでいる。）すなわち、空間の座標を円筒座標にとり実時空を論ずる。なお、上記 (2) については、次章で論ずる。

実時空のもととなる源時空の座標系を

$$(\hat{x}^0, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3) = (c\tau,\ \xi_r,\ \varphi,\ \xi_z) \qquad (3.1)$$

とする。この源時空の共変基本テンソルは、

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & (c\tau)^2 & & \\ & & \xi_r^{\,2}(c\tau)^2 & \\ 0 & & & (c\tau)^2 \end{bmatrix} \qquad (3.2)$$

である。

また、反変基本テンソルは

$$\hat{g}^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \dfrac{1}{(c\tau)^2} & & \\ & & \dfrac{1}{\xi_r^{\,2}(c\tau)^2} & \\ 0 & & & \dfrac{1}{(c\tau)^2} \end{bmatrix} \qquad (3.3)$$

である。

この源時空の円筒座標系に相当する実時空の円筒座標系を

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) = (c\tau, r, \varphi, z) \qquad (3.4)$$

とし、源時空との（双曲線関数を使用する）座標変換を、次のごとくに選定する。

$$\left.\begin{aligned} x^0 &= c\tau \cosh \xi_z && (a) \\ x^1 &= r = c\tau_0 \xi_r && (b) \\ x^2 &= \varphi = \hat{x}^2 && (c) \\ x^3 &= z = c\tau \sinh \xi_z && (d) \end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

ただし、τ_0は、定数である。(現在の宇宙時刻に相当する…第 4 章参照。)

この座標変換の選び方には任意性があり、上記は、複数の変換から一つを抜き出した、きわめて恣意的な選定であるが、一般座標変換の趣旨から言って特に不適切と言うほどのものではない。

座標変換

$$\hat{x}^\mu \Rightarrow x^\mu \qquad (3.6)$$

の際の変換係数テンソルは、反変成分に関して

$$M_\mu^\nu = \frac{\partial x^\nu}{\partial \hat{x}^\mu} \qquad (3.7)$$

$$\therefore M_\mu^\nu = \begin{bmatrix} \cosh \xi_z & 0 & 0 & \sinh \xi_z \\ 0 & c\tau_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c\tau \sinh \xi_z & 0 & 0 & c\tau \cosh \xi_z \end{bmatrix} \qquad (3.8)$$

(μ 行 ν 列 表示)

同様にして、共変成分に関する変換係数テンソルは、座標の関係式を書き直して

$$\left.\begin{aligned}
\hat{x}^0 &= \sqrt{(x^0)^2 - z^2} && (a)\\
\hat{x}^1 &= \frac{r}{c\tau_0} && (b)\\
\hat{x}^2 &= \varphi = x^2 && (c)\\
\hat{x}^3 &= \xi_z = \tanh^{-1}\frac{z}{x^0} && (d)
\end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

である。これにより、共変変換係数は

$$\bar{M}_\mu^\nu = \frac{\partial \hat{x}^\nu}{\partial x^\mu} \qquad (3.10)$$

$$\therefore \bar{M}_\mu^\nu = \begin{bmatrix} \cosh\xi_z & 0 & 0 & -\dfrac{\sinh\xi_z}{c\tau} \\ 0 & \dfrac{1}{c\tau_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh\xi_z & 0 & 0 & \dfrac{\cosh\xi_z}{c\tau} \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

(μ 行 ν 列 表示)

なお

$$\bar{M}_\mu^\alpha M_\alpha^\nu = \delta_\mu^\nu \text{ (\textit{Kronecker's delta})} \qquad (3.12)$$

である。

このように座標を選んだ時空の基本テンソルは、次のごとくになる。

共変成分は

$$g_{\mu\nu} = \bar{M}_{\mu}^{\alpha}\bar{M}_{\nu}^{\beta}\hat{g}_{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau}{\tau_0}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau}{\tau_0}\right)^2 r^2 & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.13)$$

反変成分は

$$g^{\mu\nu} = M_{\alpha}^{\mu}M_{\beta}^{\nu}\hat{g}^{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau_0}{\tau}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau_0}{\tau}\right)^2 \dfrac{1}{r^2} & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.14)$$

となる。なお、実時空の量で τ をあらわすと、(3.9a) より

$$\tau = \frac{\sqrt{(x^0)^2 - z^2}}{c} \qquad (3.15)$$

である。

この系は、*Minkowski* 時空の空間部分を円筒座標系に書き直したものに数値的にきわめて近い形をしているが、 τ/τ_0 の要素が存在するため、*Minkowski* 時空とは性質の異なる空間となっている。

この時空において、この章の冒頭に掲げた条件（1）は、双曲線関数において、

$$|\xi| \ll 0 \qquad (3.16)$$

のとき

$$\left.\begin{aligned} &\cosh\xi \cong 1 \quad (a) \\ &\sinh\xi \cong \xi \quad (b) \end{aligned}\right. \qquad (3.17)$$

であることによって満たされる。すなわち

$$|\xi_r|, |\xi_z| \ll 0 \qquad (3.18)$$

のとき

$$\left.\begin{aligned} &x^0 \cong \hat{x}^0 && (a) \\ &x^1 = r \cong c\tau_0\xi_r = c\tau_0\hat{x}^1 && (b) \\ &x^2 = \varphi = \hat{x}^2 && (c) \\ &x^3 = z \cong c\tau\xi_z = c\tau\hat{x}^3 && (d) \end{aligned}\right\} \qquad (3.19)$$

である。

第０軸（時間軸）と第３軸（z 軸）を抜き出した場合、見かけ上、文献（1）の２次元時空と等価に見える。

たとえば、源時空上の点Ａの座標が

$$\begin{aligned} &(\hat{x}^0, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3) = (\hat{x}^0, 0, \varphi_0, \eta) \\ &\quad where\ \varphi_0, \eta = const. \end{aligned} \qquad (3.20)$$

である場合、それに対応する実時空上の点の座標を

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, 0, \varphi_0, z) \qquad (3.21)$$

とする。このとき

$$\left.\frac{dz}{dx^0}\right|_{\eta=const.} = \left(\frac{dz}{d\hat{x}^0}\frac{d\hat{x}^0}{dx^0}\right)_{\eta=const.} = \tanh\eta = \frac{v}{c} \qquad (3.22)$$

となる。(文献（1）においては、$\eta \rightarrow \xi_0$ となっている。)

実時空における距離の定義については、問題があるが[2]、上式はξ_z軸上で、原点から離れた（源時空の）定点が、実時空においては原点に対し、速度 v で遠ざかっていることを意味する。すくなくとも、原点の近傍（z が宇宙の擬半径 $c\tau$ に比べてはるかに小さい場合）においては、この速度は原点との距離に比例する。(実際に観測できる量は、過去の量であるが、この実時空では、この点は、どの時刻においても、同一速度で「後退」している。)

z 軸の取り方は任意であるから、この系においては、宇宙は原点を中心にして一様に膨張しているように見える。

それでは、観測者が原点以外に居る場合はどうか？（3.22）式は、基本的には観測者のこの実時空内の位置に依存しない。したがって、原点以外の観測者にとっても、宇宙は、(自分の足元ではなく）原点を中心にして膨張しているように見えるはずである。

以上のことは、(我々が原点上の観測者かどうか不明であることを除くと）この実時空が宇宙観測の結果とあからさまには、矛盾しないことを示すが、残念ながら（z 軸のとり方に任意性があるとは言っても)、空間軸の決め方が各軸によって異なるため、完全ではない。

この実時空の線素を

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \\ &= -(dx^0)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 dr^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 r^2 d\varphi^2 + dz^2 \end{aligned} \qquad (3.23)$$

と書いてみると、z 軸と直交する方向（r 方向および φ 方向）に関しては、(座標ではなく）基本テンソルの成分の方に宇宙の一様な膨張の要素（τ）が入っていることが確認できるが、ここではこの件に関

しては、これ以上は論じない。

4．遠方の座標系と座標変換

4.1　遠方の座標系

x^μ 系に対して、源時空で位置パラメータが異なる別の点を原点とする系を x'^μ 系とする。これに対応する源時空の座標系を $\hat{x}'^\mu$ とすると

$$\left(\hat{x}'^0, \hat{x}'^1, \hat{x}'^2, \hat{x}'^3\right) = \left(c\tau', \xi'_r, \varphi', \xi'_z\right) \qquad (4.1)$$

この座標系に対応する実時空の座標系（ x'^μ 系）は、前章と同様に

$$\left.\begin{aligned} x'^0 &= c\tau' \cosh \xi'_z & (a)\\ x'^1 &= c\tau'_0 \sinh \xi'_r & (b)\\ x'^2 &= \varphi' & (c)\\ x'^3 &= c\tau' \sinh \xi'_z & (d) \end{aligned}\right\} \qquad (4.2)$$

と考えられる。

Lorentz 変換を論ずるために、$\hat{x}'^\mu$ 系としては源時空において第3座標を定数 η だけずらした系を考える。

$$\xi'_z = \xi_z - \eta \; (\because \eta = const.) \qquad (4.3)$$

次の仮定は、問題ないであろう。

$$\left.\begin{aligned} \xi'_r &= \xi_r & (a)\\ \varphi' &= \varphi & (b) \end{aligned}\right\} \qquad (4.4)$$

宇宙時刻に関しては、τ と τ' を先験的に等しいとすることは問題がある。そもそも *Einsten* の考えでは、離れた系に共通の時刻を設定

することはできない。ここでは、それを逸脱することになるが、さらに別の問題がある。

二つの系の座標間の関係を論ずるには、この系間に共通原点を設定できなければならない。たしかに

$$\tau = \tau' = 0 \qquad (4.5)$$

のとき

$$\left.\begin{aligned} x^0 &= x'^0 = 0 \quad (a) \\ x^3 &= x'^3 = 0 \quad (b) \end{aligned}\right\} \qquad (4.6)$$

である。しかし、この点は、実時空の一点であるが $\infty \times 0 \to 0$ の形の特異点であって、源時空では一点ではない。このような問題があることを考慮した上で、一般座標変換の<u>一般性</u>を信頼し議論を進めることとする。しかし、さしあたりは以上の要点を留意の上、prime の付いた形で、解析をすすめる。

$\hat{x}'^\mu$ 系において、基本テンソルは

$$\hat{g}'_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & (c\tau')^2 & & \\ & & \xi_r'^2 (c\tau')^2 & \\ 0 & & & (c\tau')^2 \end{bmatrix} \qquad (4.7)$$

$$\hat{g}'^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \dfrac{1}{(c\tau')^2} & & \\ & & \dfrac{1}{\xi_r'^2 (c\tau')^2} & \\ 0 & & & \dfrac{1}{(c\tau')^2} \end{bmatrix} \qquad (4.8)$$

である。

$\hat{x}'^{\mu}$ 系は原点の取り方はまったく任意であり、原点が異なる以外は、 $\hat{x}^{\mu}$ 系とまったく対等な座標系である。

この $\hat{x}'^{\mu}$ 系に対応する実時空 x'^{μ} 系への座標変換の際の変換係数テンソルの計算も前節とまったく同様である。

$$M'^{\nu}_{\mu} = \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial \hat{x}'^{\mu}} \qquad (4.9)$$

$$\therefore M'^{\nu}_{\mu} = \begin{bmatrix} \cosh\xi'_z & 0 & 0 & \sinh\xi'_z \\ 0 & c\tau'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c\tau'\sinh\xi'_z & 0 & 0 & c\tau'\cosh\xi'_z \end{bmatrix} \qquad (4.10)$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{x}'^{0} &= \sqrt{(x'^{0})^2 - z'^2} && (a) \\ \hat{x}'^{1} &= \frac{r'}{c\tau'_0} && (b) \\ \hat{x}'^{2} &= \varphi' = x'^2 && (c) \\ \hat{x}'^{3} &= \xi'_z = \tanh^{-1}\frac{z'}{x'^0} && (d) \end{aligned}\right\} \qquad (4.11)$$

$$\bar{M}'^{\nu}_{\mu} = \frac{\partial \hat{x}'^{\nu}}{\partial x'^{\mu}} \qquad (4.12)$$

$$\therefore \bar{M}'^{\nu}_{\mu} = \begin{bmatrix} \cosh\xi'_z & 0 & 0 & -\dfrac{\sinh\xi'_z}{c\tau'} \\ 0 & \dfrac{1}{c\tau'_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh\xi'_z & 0 & 0 & \dfrac{\cosh\xi'_z}{c\tau'} \end{bmatrix} \qquad (4.13)$$

よって、実時空の基本テンソルは前章と同様の計算により
共変成分は

$$g'_{\mu\nu} = \bar{M}'^{\alpha}_{\mu} \bar{M}'^{\beta}_{\nu} \hat{g}_{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau'}{\tau'_0}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau'}{\tau'_0}\right)^2 r'^2 & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

反変成分は

$$g'^{\mu\nu} = M'^{\mu}_{\alpha} M'^{\nu}_{\beta} \hat{g}'^{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau'_0}{\tau'}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau'_0}{\tau'}\right)^2 \dfrac{1}{r'^2} & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

すなわち、基本テンソルは、前章で述べた系と同形である
これらの座標系（x^μ 系と x'^μ 系）は、源時空において空間座標の原点が異なる以外はまったく対等な座標系である。これらは、源時空で静止しているから、静止系と名づける。静止系の中で静止している観測者…必ずしも原点に居るとは限らない…にとって、前章と同様の計算により、宇宙は原点を中心にして一様に膨張しているように見える。

なお、M'^{ν}_{μ}, M'^{ν}_{μ} は、M^{ν}_{μ}, M^{ν}_{μ} とは、(同形ではあるが）別の座標変換に対応するテンソルである。ここでは、直接論じないが、これ

は重要なことである。

4.2 ある系と遠方の系との間の座標変換

二つの座標系の実時空における関係を論ずる場合は、両者の座標間の関係式がなければならない。これは、通常、二つの座標系において共通の点があることを意味する。x^μ 系と x'^μ 系は、宇宙誕生の時刻で、時刻座標は確かに一致しているが、この点は一種の特異点である。このことを、心得た上で、なお、座標変換を試みてみよう。

ここで、源時空における両系の座標の関係を確認する。*Einstein* は、「座標、特に時刻は局所的なものであり、宇宙全体を支配するような時刻座標はない」と考えた。しかし、ここでは、源時空で宇宙時刻という宇宙全体を支配する時刻座標を考えることとする。二つの系の対等性からいって

$$\tau' = \tau \qquad (4.16)$$

であろう。

$$\therefore \tau'_0 = \tau_0 \qquad (4.17)$$

また、空間座標については、前節で述べたことを再記すると

$$\left.\begin{aligned} \xi'_r &= \xi_r && (a) \\ \varphi' &= \varphi && (b) \\ \xi'_z &= \xi_z - \eta && (c) \end{aligned}\right\} \qquad (4.18)$$

この段階で、式、(4.15) 式で示される基本テンソルは、x^μ 系の基本テンソル（(3.13)、(3.14) 式）とまったく同値であることがわかる。

さらに、これらの源時空座標の値を、実時空の座標の式に代入すると

$$x'^0 = c\tau\cosh(\xi_z - \eta) \qquad (4.19)$$

より

$$\begin{aligned}\therefore x'^0 &= c\tau\cosh\xi_z\cosh\eta - c\tau\sinh\xi_z\sinh\eta \\ &= x^0\cosh\eta - z\sinh\eta \qquad (4.20)\end{aligned}$$

$$x'^3 = c\tau\sinh(\xi_z - \eta) \qquad (4.21)$$

$$\begin{aligned}\therefore x'^3 &= c\tau\sinh\xi_z\cosh\eta - c\tau\cosh\xi_z\sinh\eta \\ &= -x^0\sinh\eta + z\cosh\eta\end{aligned} \qquad (4.22)$$

また

$$\left.\begin{aligned}x'^1 &= r = x^1 \\ x'^2 &= \varphi = x^2\end{aligned}\right\} \qquad (4.23)$$

これらにより、この座標変換は、次の形に書くことができる。すなわち

$$x^\mu \Rightarrow x'^\mu \qquad (4.24)$$

において、反変変換係数は

$$L^{\nu}_{\mu}=\frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\mu}}$$
$$=\begin{bmatrix}\cosh\eta & 0 & 0 & -\sinh\eta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -\sinh\eta & 0 & 0 & \cosh\eta\end{bmatrix} \qquad (4.25)$$

同様にして、共変成分に関する変換係数は

$$\bar{L}^{\nu}_{\mu}=\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}}$$
$$=\begin{bmatrix}\cosh\eta & 0 & 0 & \sinh\eta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \sinh\eta & 0 & 0 & \cosh\eta\end{bmatrix} \qquad (4.26)$$

である。これは、*Lorentz* 変換の式と同形である。

ここにおいて、本論文の静止系を慣性系と読み替えると、見かけ上は *Einstein* の理論と同じものが出来上がった。（ただし、時空はもはや *Minkowski* 時空ではないことに注意せよ。）すなわち、本論文で静止系と呼ばれる系は、相互に相対運動しているが、どれをとっても特別な系はなく、相対性原理が成立する。

しかし、これらの系の空間座標が一致する時刻は、宇宙誕生の時刻である。我々は通常そのようには解析を進めないし、また、この原点は特異点であることは前に指摘した。

5. 等速度移動座標系と等速度変換

我々は、宇宙時刻がゼロでない時点を時刻座標の原点とするのが普通である。

静止系 x^{μ} 系において、原点の時間座標がゼロになるように時間座

標を平行移動する。この時刻に、すべての座標が一致するもう一つの系 x'''^{μ} を考える。この系は、後述のように、遠方の系を我々のそばに平行移動したものである。

ここで、静止系 x^{μ} 系の空間座標の原点の宇宙時刻を τ_0 と置く。時刻座標の原点をずらし、あらためて

$$x^0 = c\tau \cosh \xi_z - c\tau_0 \qquad (5.1)$$

とする。

（この座標系は、第3章、第4章で述べた x^{μ} 系とは、時間座標が定数値 $c\tau_0$ だけ異なるが、簡単であるので、とくに文字飾りの追加はしない。）その他の実時空の座標は変わらないものとする。以下において、この x^{μ} 系を基準系と呼ぶ。

文献（1）で提案した理論は、「基準系に対し速度 v で移動する系とは、等速度 v で後退している遠方の（源時空上の）『宇宙の定点』と実時空において等距離にある点を原点とする座標系である。」というものである。言葉を変えると、後退する『宇宙の定点』を、同じ速度で追いかけてゆく系である。

第3章で述べたごとく、遠方の宇宙の定点とは、実時空における相対速度を v と置いたとき、源時空の位置パラメータが

$$\xi_z = \eta$$
$$\because \eta = \tanh^{-1} \frac{v}{c} \qquad (5.2)$$

である点である。（文献（1）では、 $\eta \to \xi_0$ と記されている。）

この座標系は、 x'^{μ} 系とは異なる座標系である。（その原点は源時空の中を移動している[2]。）この系を移動系（ x'''^{μ} ）系と名づける。

移動系の原点を、基準系と一致させるために

$$x''^0 = c\tau' \cosh \xi'_z - c\chi_0 \qquad (5.3)$$

と置く。

移動系の座標を表現するために、遠方の座標系（$\hat{x}'^{\mu}$系）の量を借用していることに注意されたい。前章と同様に

$$\tau' = \tau \qquad (5.4)$$

とする。なお、τ と τ' が等しいとしても、後述のように

$$\chi_0 \neq c\tau_0 \qquad (5.5)$$

である。

第1座標と第2座標は x'^{μ} 系と共通でよいと思われる。

すなわち

$$\left.\begin{aligned} x''^1 &= c\tau_0 \xi'_r = c\tau_0 \xi_r = x^1 & (a) \\ x''^2 &= \varphi' = \varphi = x^2 & (b) \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

と置くことには問題はないであろう。

また、第3座標は、

$$\begin{aligned} x''^3 &= z'' \\ &= x'^3 - c\tau_0 \sinh \eta \\ &= c\tau \sinh \xi'_z - c\tau_0 \sinh \eta \end{aligned} \qquad (5.7)$$

と置くのが妥当である。前章において、実時空の距離はいろいろ考えられると述べたが、$c\tau_0 \sinh \eta$ というのは、遠方の定点との等宇宙時刻における距離である[2)]。

静止系と移動系の空間座標の原点が、時刻座標がゼロのとき一致するとすれば

$$x''^0 = 0 \; (where\ \xi_z = 0) \qquad (5.8)$$

$$\therefore c\tau_0 \cosh\eta - c\chi_0 = 0 \qquad (5.9)$$

$$\therefore \chi_0 = \tau_0 \cosh\eta \qquad (5.10)$$

これらにより、等速度変換係数テンソルを計算する準備は整った。

$$x''^0 = 0 \quad (when\ x^0 = 0) \qquad (5.11)$$

$$x''^3 = 0 \; (where\ x^3 = 0 \quad when\ x^0 = 0) \qquad (5.12)$$

であるとき

$$x''^0 = c\tau \cosh(\xi_z - \eta) - c\tau_0 \cosh\eta \qquad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \therefore x''^0 &= (c\tau \cosh\xi_z - c\tau_0)\cosh\eta - c\tau \sinh\xi_z \sinh\eta \\ &= x^0 \cosh\eta - z \sinh\eta \end{aligned} \qquad (5.14)$$

$$x''^3 = c\tau \sinh(\xi_z - \eta) + c\tau_0 \sinh\eta \qquad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \therefore x''^3 &= c\tau \sinh\xi_z \cosh\eta - c\tau \cosh\xi_z \sinh\eta + c\tau_0 \sinh\eta \\ &= -(c\tau \cosh\xi_z - c\tau_0)\sinh\eta + c\tau \sinh\xi_z \cosh\eta \\ &= -x^0 \sinh\eta + z \cosh\eta \end{aligned} \qquad (5.16)$$

$$\therefore x''^3 = -x^0 \sinh\eta + z \cosh\eta \qquad (5.17)$$

第1座標と第2座標は変わらないので、この座標変換は、次の形に書くことができる。すなわち

$$x^{\mu} \Rightarrow x''^{\mu} \qquad (5.18)$$

において、反変変換係数は

$$L^{\nu}_{\mu} = \frac{\partial x''^{\nu}}{\partial x^{\mu}} = \begin{bmatrix} \cosh\eta & 0 & 0 & -\sinh\eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh\eta & 0 & 0 & \cosh\eta \end{bmatrix} \qquad (5.19)$$

同様にして、共変成分に関する変換係数は

$$\overline{L}^{\nu}_{\mu} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x''^{\mu}} = \begin{bmatrix} \cosh\eta & 0 & 0 & \sinh\eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sinh\eta & 0 & 0 & \cosh\eta \end{bmatrix} \qquad (5.20)$$

となる。

この座標系は、宇宙の膨張を考慮に入れているので、もはや *Minkowski* 時空ではないが、上式は、*Lorentz* 変換に相当すると考えられる。（本論文では、*Lorentz* 型変換と呼ぶ。）

この変換によって、基本テンソルは次のようになる。

$$g''_{\mu\nu} = \overline{L}^{\alpha}_{\mu}\overline{L}^{\beta}_{\nu}g_{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau}{\tau_0}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau}{\tau_0}\right)^2 r^2 & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \tag{5.21}$$

$$g''^{\mu\nu} = L^{\mu}_{\alpha}L^{\nu}_{\beta}g^{\alpha\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & \left(\dfrac{\tau_0}{\tau}\right)^2 & & \\ & & \left(\dfrac{\tau_0}{\tau}\right)^2 \dfrac{1}{r^2} & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \tag{5.22}$$

つまり、基本テンソルは不変であるように見える。

これによって、*Einstein* の理論の定式化が完成したと考えるのは早計である。

基本テンソルに含まれる τ が問題なのである。

時間軸をずらした静止系で

$$\tau = \sqrt{(x^0 + c\tau_0)^2 - z^2} \tag{5.23}$$

である。しかるに

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{(x''^0 + c\tau_0\cosh\eta)^2 - (z'' + c\tau_0\sinh\eta)^2} \\ &= \sqrt{(x''^0 + c\tau_0)^2 - z''^2 + 2c\tau_0\left\{x''^0(\cosh\eta - 1) - z''\sinh\eta\right\}} \end{aligned} \tag{5.24}$$

である。この式は、(5.23) 式に数値的には非常に似ているが、根号の中の第3項の存在のため、異なる式である。つまり、相対速度の横方向の基本テンソル成分に絶対速度（に関連する値 η）が記憶される。

宇宙時刻とか、速度パラメータは、*Einstein* にはまったく責任はないが、そのように解析を進めてゆくと、思いがけずも *Lorentz* の理論を別な形で支持することになった。

なお、移動系の空間座標の原点は、時間座標の原点において、x''' 系の原点より $c\tau_0 \sinh\eta$ 離れたところにある。x''' 系の原点が、宇宙膨張の中心の幻のある所である[3]。ここまでの距離 R_c は、天文学が観測する距離とは何かという議論が必要であるが、簡単には

$$v \ll c \qquad (5.25)$$

$$R_c \ll c\tau_0 \qquad (5.26)$$

より

$$\sinh\eta \cong \eta \quad and \quad \tanh\eta \cong \eta \qquad (5.27)$$

$$\therefore R_c \cong c\tau_0\eta \qquad (5.28)$$

である。宇宙の黒体輻射の温度の偏りが、絶対速度の有力候補であるが、これは速度に換算すると約300km/sec と言われている。
この場合

$$\therefore \eta = \tanh^{-1}\frac{v}{c} \cong \frac{v}{c} \cong 10^{-3} \qquad (5.29)$$

現在の宇宙時刻は *Hubble* の定数（単位に注意せよ）の逆数と考えられるが、これを150億年とすれば、我々の前方約1500万光年のあた

りに、宇宙膨張の中心の幻が見えるはずである。(これには、我々の太陽系の絶対速度がかなり小さいため、遠方の星雲までの距離の算定において絶対速度の影響を無視できるという仮定が入っている。)

6.まとめと今後の問題点

宇宙の膨張と *Lorentz* 変換を関連付ける試みは、結局絶対速度が基本テンソルの中に記憶される形の理論に帰着した。*Einstein* と *Lorentz* がこの問題を議論していたころ…20世紀のはじめ…は、宇宙の膨張は知られていなかったし、*Riemann* 幾何学が、物理学に導入されたのもずっと後であった。

一様な宇宙の膨張は、*Einstein* の「いかなる絶対速度もみとめない」立場と矛盾することはすでに述べた[3)]。

第5章末で述べた、「我々の運動方向の前方に宇宙膨張の中心の幻が見える」件については、ある理論物理学者と議論したことがある。彼の意見は、「実際のデータは、あまりにもランダムであり、統計的処理で、この理論の当否を確認することは難しい」というものであった。しかし、それは、20年程前の話である。現在、大型の光学望遠鏡が増強されており、それから得られるデータに期待している。

この件に関しては、電波天文学の分野の方が確実かもしれない。第5章末で、言及したように、我々の太陽系の絶対速度の有力候補は、2.7K の宇宙の黒体輻射の偏りをもたらす速度である。この偏りを、我々の太陽系の一様に膨張する宇宙に対する相対速度によるドップラー効果と考えると、相対速度の方向は、しし座にあり約300km/sec に相当する。しし座は、幸いにも、黄道十二宮の一つであり、この速度の方向はほぼ地球の公転軌道面内にある。そうであれば、測定の精度が向上すると、地球の公転速度(約30km/sec)がこの宇宙膨張の相対速度と一致する時期(12月ころか?)には、黒体輻射の偏りは10%ほど大きくなり、公転速度が反対方向の時期(6月?)には10%ほど小さくならなければならない。電磁波のドップラー効果は、まっ

たく近接作用で説明できるものであるので、このようにならなければ電磁波の理論が間違っているということになる。いまのところ、電磁波の理論に大きな間違いはないと思われるので、黒体輻射の偏りに季節変動が発見されるのは、時間の問題である。この季節変動は、我々の地球の膨張する宇宙に対する相対速度の変動と考えるべきであり、我々にとって、一様に膨張する宇宙が一つでしかない以上、これを、ある種の絶対速度と考えることが合理的である。

なお、このような重要な速度が物理学に影響を与えないはずはない。近年、各種の物理定数の測定精度が向上している。このデータ処理にあたり、現在は、測定時期に関係なく季節変動を統計処理していると見られるが、上述の議論から言うと、測定時期（地球の公転軌道上の位置）別に統計処理するべきである。もしも、統計上有意な季節変動があり、それが、北半球と南半球で同じ傾向をもつのであれば、これは重大な問題である。

絶対速度を否定する実験結果として、しばしば *Mickelson-Morley* 型の実験があげられる。この波動の干渉を利用する実験法は、きわめて精密なものであり、かつ、現在にいたるまで、より最新の技術により繰り返し実験が行われている。この実験によって、19世紀末に *Newton* 力学の信奉者が唱えた電磁波の媒質であるエーテルの存在が否定されたことは、充分信頼できる。しかし、それは、そのこと限りの話であり、本論文で述べたように、基本テンソルの中に絶対速度の痕跡が残るタイプの絶対速度は、この実験結果だけでは否定できない。換言すれば、この型の実験は、*Einstein* の相対性理論を積極的に支持するものではない。

この *Mickelson-Morley* 型の実験結果は、進行する波動を三角関数で表現した場合、三角関数の引数（位相）が *Lorentz* 型変換（*Lorentz* 変換または、測定精度内で *Lorentz* 変換に近似的に一致する座標変換）にスカラとしてふるまう理論を作れば、説明可能である。（現在の平坦な空間における電磁界理論ではそうなっている。）本論文の趣旨を延長して、これに取り組むためには、空間部分を、デカルト

座標に類似する各座標が対等である実時空座標系として実現する必要がある。ただし、これによると、基本テンソルはより複雑になることが予想される。これはまた、複数の相対速度の方向が、同一方向ではない一般の場合を論ずるためにも必要なものである。

本論文は、今のところ、*Einstein* 派と *Lorentz* の前世紀はじめの論争において、*Lorentz* の側に積極的に荷担する段階には至っていない。

Lorentz の主張の一部、「静止系と移動系の間の座標変換は、*Lorentz* 型変換である」ことは説明できるが、実際に行われる相対速度がらみの実験においては、*Lorentz* 流に考えても、ある移動系と別の移動系とに関する実験である。したがって、さらに次のことを説明できなければならない。

◇静止系と移動系の間が *Lorentz* 型変換で関連付けられるのとき、一般の二つの移動系間の変換も二つの系の相対速度に基づく *Lorentz* 型変換になる。

これらの研究のためにも、前述の、空間の各軸が対等な形の実時空座標系の検討が必要である。

［完］

参考文献

1）村田茂昭「*Lorentz* 変換の新解釈」札幌大学女子短期大学紀要30号　1997.9　p23〜34

2）同上　p27

3）村田茂昭「*H.Yilmaz* の1958理論の正常 *Riemann* 空間への書きなおし（Ｉ）」札幌大学女子短期大学紀要25号　p57付録［Ｉ］1995.3
この論文は、４次元正常 *Riemann* 空間で論じているが、「一様の膨張している宇宙の中で等速運動すれば、その一様に膨張している宇宙に観測者の対する相対速度は、宇宙膨張の中心の幻の前方への移動として観測できるはずである。」という主張は、我々の時空が正常 *Riemann* 空間であるか異常 *Riemann* 空間であるかに無関係である。