

経済と経営 21-1 (1990. 6)

〈論文〉

Management Model Analysis

横 川 義 雄

目 次

- 序
- (I) 企業の行動分析からの接近
- (II) 計量経済 Model における変数と予測
 - (A) Model 作成と利用のための4段階
 - (B) 第三変数の数学的表現の導入
 - (C) 予測
- (III) 経営者の Model 分析への Step
 - (A) 企業の目標の多元化と OR による処理
 - (1) 一般的モデル (決定論的モデル)
 - (2) 確率論的モデル
 - (B) 効果の評価のための基準
 - 在庫管理にみる費用の統合的評価—
 - (C) Fore casting (予測)
 - 時系列予測について

経済学における理論的体系にみる諸条件や仮定は、論理的、演繹のプロセスを経て、原則となったり、また定理となって「理論の内容の体系化」がおこなわれるものである。

その演繹のプロセスの特色としては、

- (1) 現実の経済諸量の数量化

(2) 現実の経済諸量間の相互関連性の把握

(3) 経済 Data の計数的分析

(4) 経営 Data の計数的分析

—品質管理にみる平均値と測定値—

(5) 経済 Model の設定

などが考えられるであろう。

しかしながら変化しつつある経済環境をみると、数学的命題の附加あるいは仮定の附加がなければ、より現実に接近した解を求めることが困難であろう。このことはいうまでもなく単純な経済的諸量の関係を式化するばかりでなく、数回に渡って微分するという手法によって命題を現実にしぼっていくからである。すなわち計量経済学は経済的諸量間の関係を数学的に表現することにおいて、また数学的表現が実証分析に大きい役割を果たしているということを忘れてはならない。

しかしながらこの論文においては、制約条件の変化、仮定の変更や、それに組織の外部または内部の環境の変化にたいする適応、また企業者の行動理論を導入する場合は、計量経済学における経済的諸量の変数の取り扱いかたに、第三の手法（計量経済モデルと経営学的分析手法を併用した）の導入を考えなければならないものと思う。

さらに数学的変数の測定できないようないくつかの要因の導入ができるとすれば、その数学的表現は、より現実的接近と企業者行動のあり方を決定する役割を果たすことができるものである。そこに「経営者モデル分析」の必要が生ずるものであるとおもう。

(1) 企業の行動分析からの接近

企業の行動といっても、企業の経済的行動もあるし、また経営的行動も併せて考えなければならない。まして情報を分析して選択するという事にな

ると、より経営戦略的行動ともなるであろう。ここではまず理論的企業行動から現実の企業行動の展開へと考察を展開していきたい。

所与の条件における企業の生産の効果測定の場合は、一定量の生産要素、一定の技術、所与の生産工程、一定の労働時間、現有の機械設備、価格の一定という条件のもとにおいて、経済学、経営学においては利潤極大あるいは最小費用を求めようとしている。しかし理論的側面からいえば、企業の行動分析、それが生産行動分析であろうと投資行動分析であろうと、短期・長期の時系列要因を導入しても、経済諸量の変数の分析や数量化やモデル化は、演繹的論理の発展に大きい役割を果たしているものとおもう。そこで現実的側面を中心としてみると、あらゆる条件を導入していくことによって、変数は具体化するが、その反面より複雑な数式の展開を必要とするであろう。

たとえば費用の最小測定の場合、企業者の予測要素や環境への適応プロセスなどを除き単純な C_v =変動費 C_f =固定費 L =労働を用いての生産函数 $X = F(C_v, C_f, L)$ についてみると、その生産函数の制約のもとで $K_v = P_v C_v + wL$ の最小式化を測定することが可能である。

注 P_v =価格条件 w =賃金条件

P_v, w は技術条件を一定としている

しかしながら現代の経済現象をより現実に近い現象として表示するとすれば、企業経営者の行動様式の要因導入ということも必要となることであろう。この場合においても生産の Elementary part としての C_v, C_f, L の組織部分と確率的配置部分にたいする経営者のモデル分析行動を考える必要がでてくるものである。

また近代生産組織にみる移動組立方式における一つの生産工程においても、職場を中心とした C_t (Cycle Time の略) の単位作業時間を標準作業時間 ${}_s C_t$ として、その内容を正味作業時間 C_{tn} 余裕時間 C_{ta} 、職場を中心とした前後の運搬時間 C_{tf} (もっと時系列表現をするならば $C_{tf} = C_{t-1, f} + C_{t+1, f}$) となる。これらの要素を組織的時間配分を考えるならば、つぎのようになる。

$$\textcircled{1} \quad {}_sC_t = {}_sC_{tn} + {}_sC_{ta} + {}_sC_{tf}$$

しかし現実では

② ${}_aC_t = {}_aC_{tn} + {}_aC_{ta} + {}_aC_{tf}$ の等式の表現の中に、管理的解決問題と企業の行動分析問題のあることを指摘できる。

それは ${}_sC_t \geq {}_aC_t$ を目標とするための問題解決ともなるものである。

この目標を達成するためにはつぎの点を指摘することができる。

(1) ${}_sC_{tn} > {}_aC_{tn}$ のためには、正味の作業時間の減少であり、このための可能性は技術革新にあるとおもう。

(2) ${}_sC_{ta} > {}_aC_{ta}$ のためには、停滞時間 (Idle Time) の短縮、疲労時間、または不規則的運行による時間のおくれなどの要因によって Allowance Time (余裕時間 C_{ta}) の研究開発が必要となる。

このような不規則的運行の発生、予測し得ない攪乱要素 (Disturbance elements) その他確率的要素のなかに経営者の行動科学的判断が目標達成に大きい効果を与えるものである。

このように理論的定型的等式と現実の等式との間に意図的、戦略的行動に差異のあることがわかる。このことは「企業の行動分析からの接近」ということができるであろう。

(II) 計量経済 Model における変数と予測

経営者は計量経済 Model にたいしてどのような考え方をしているであろうか。これを Edward G. Bennion の「管理のための計量経済学」からみることにする。

前項においては、企業の行動分析という問題を入れた数学的表現について述べたのであるが、計量経済学モデルにおいては最適解を求めることができるが、経営者のモデル分析においては最適解を求めるよりも仮定の変更、変数の入れ替えによって、どのような解がどのようにして生ずるものであるか、

またモデルの利用にたいする経営者の価値判断が重要なポイントとなるものとおもう。

(A) Model の作成と利用のための 4 手段

計量経済 Model としては、経済諸量の変数を現実に接近したものにするために、非線型モデルが用いられるが、より単純化するためには線型モデルが適当であろう。

モデルのもつ規模を小さくし、複雑でない方が理解し易く、予測された経済諸量の変数も少く導入できる利点をもつ。

Bennion は米国の経済モデルをつぎの方程式をもって示している。

$$\textcircled{1} \quad \text{GNP}_t = G_t + I_t + C_t$$

$$\textcircled{2} \quad C_t = \alpha + \beta \text{GNP}_t$$

注 $\text{GNP}_t = t$ 期の国民総生産

$G_t = t$ 期の政府購入

$I_t = t$ 期の粗投資

$C_t = t$ 期の消費

このモデル利用の 4 段階はつぎのとおりである。

1) Specification (数式表現)

C_t は GNP_t の線型函数であると仮定している如く、明細な数学的表現をする。

2) Estimation (推定)

α , β の係数 (Parameter) の数値を求めることであり、推定値の測定いわゆる価値の判断のことをいう。

3) Verification (検定)

現実と対照、調査し確証することであって数式化、推定の二つの段階のあとにおいてそれが事実に近いものであると容認するかまたは棄却するかの判断基準のことである。

4) Prediction (予測)

上記の三つの段階の結果をもととして、将来の経済行動を予測することである。私はこの段階について予測のあとに「効果の測定」という段階を入れたいとおもう。

(B) 第三変数の数学的表現の導入

②の消費函数のほかに、いま投資函数の数式化の導入によって、不充分ではあるが、より現実接近することができるであろう。この場合期間的経済分析を導入することが第三変数の導入となる。

$$\textcircled{3} \quad I_t = \pi + \phi [GNP_{t-1} - GNP_{t-2}]$$

この式の意味するところは、 t 期の組投資が $t-1$ 期と $t-2$ 期における国民総生産の増加分あるいは減少分の線型函数である。この増加、減少函数のための I_t の内容は、設備投資、海外投資、住宅投資、開発投資その他在庫投資などがあげられる。

しかし上記の①②③の式にある変数の内容をみると、計量経済モデルにもつぎの4つのタイプの変数があると Bension は述べている。

- (1) G_t と I_t は「内生変数」であること。それは GNP_t の変動や GNP_{t-1} と GNP_{t-2} の変動によって誘発されるものと仮定する。
- (2) GNP_{t-1} と GNP_{t-2} は「先決変数」であって t 期になるまでは所与となるので、推定の必要がない。
- (註) GNP_{t-1} は t 期の前に決定されている意味において「おくれた内生変数」であると同時に「先決変数」である。
- (3) G_t は t 期の「自生変数」であって、他の変数に誘発されることがない。
- (4) G_t と GNP_t はともに「同時被決定変数」である。

(C) 予測 (Forecasting)

一般に予測を導入するときは、確率変数の導入の場合と非確率変数を導入する場合とによって連続的予測の方法や使用・効果が異なるものである。

もしも G_t の正確な予測が可能であれば、 GNP_t も G_t も容易に求めることができる。このようにして一つの所与の変数と推定変数によって、他の変数が推定されるものである。

従って現在から将来にわたっての経済諸量の変動予測の場合は $GNP_{t+1} = G_{t+1} + I_{t+1} + C_{t+1}$ と $C_{t+1} = \alpha + \beta GNP_{t+1}$ となり C_{t+1} と GNP_{t+1} が同時推定が可能となる。

× × ×

Bennion の計量経済モデルは以上の所論で明らかかなところであるが、 t_{+1} の時系列を導入した場合、現在値と将来推定値との間に確率項の導入と経営者の意思決定要因が入るため経済的予測と結果との不均衡状態が生ずるものである。

私はこのことをつぎの三つに分けてみよう。

- ① 確率分布関数 $f(U_t)$ の導入
- ② 外生変数（内生変数でないもの）の具体的時系列分析
- ③ 企業者の意思決定のいくつかの選択と検索という行動関数の導入

以上の三つの点からモデルの作成、使用と変数の役割と予測の役割については前述したとおりであるが、経済的予測と結果の差の生ずる要因には経営者のモデル分析が要因となっていることが理解される。このことをさらに展開すればつぎのように説明することができる。

「経済諸変数を予測するためには、予測値はどれだけの価値があるか、また当初の目標値との差異分析によっておこる諸要因分析が、経営者の意思決定、時系列要因、また確率分布関数によって多様に変化するということを考慮すべきである」

経営者モデル分析においては上記の要因のほかに、消費の将来の動向など

の仮定をもととして、経営の policy の設定がおこなわれるものである。このように計量経済モデルで予測できる領域と予測できない領域のあることを解決しようとするものである。

仮定の定式化と実践化が計量経済モデル化と経営者の経営効果の測定とを融合化する近代経営科学 (management Science) の課題であるとおもう。

(III) 経営者の Model 分析への Step

(A) 企業の目標の多元化と OR による処理

企業の目標の多元化ということは、一つの企業の目標が環境変化に対する適応によって多様化される傾向をもつが、これを最適にまた経営効率化するために OR の処理を必要とすることをいうものである。

OR は経営内外の制約条件という経済的または経営的事象を数学化し、これをモデル化し、これを企業の組織の中でどのようにとりあげるべきかは経営管理者の重要な行為となる。もちろん合理的決定 (Rational D. M) をなす場合に考慮の対象とすべき確率的事象とこの計画・決定との関連を OR の領域において分析することはなお重要な課題となるものである。

一般に企業の管理者が利益にたいする期待を考えると、原価管理、時間管理、在庫管理、配分計画、組織内の人間関係、組織内の不均衡問題を取りあげることであろう。

この場合確率分布に基づく利益の期待をどう解決するかが考えられなければならない。この期待値を生産体系のうちの「物の流れのモデル」の中の「生産工程モデル」や、「資金の流れのモデル」の中の「会計モデル」、業務の流れの中のモデルに「作業モデル」をどうとりあげる、計画、決定のための予測要素はもちろん、計画値と結果値との差異を比較し、その結果を計画値に反映し、修正行為をおこなわせる Feed Back の手法を経営管理的側面よりとらえることは必要なことである。

しかし一般的に OR のモデルはつぎの二つの内容をもつ。

(1) 一般的モデル (決定論的モデル)

確実性をもつ企業者の行動による効果が、正確に測定可能となる場合、たとえば原材量、設備の生産能力、稼働人員も明確なときは、生産計画をたてることができる。しかも確実に利益期待値を測定できる場合は、その中で最大利益をもたらす手段の選択も可能となるであろう。

(2) 確率論的モデル

不確実性を導入したモデルであって、 $C_t C_{t+1}$ のような需要の時系列の変化や、販売広告にたいする反応などは確率論的モデルに入る要因とみてよい。その他の前述の行動要因をも含めて、数量的に測定できない要素 (不規則運行によって生ずる要因あるいは目標遂行プロセスに入る予測ないし外乱要素) の導入などの状況反応、影響効果などを考察するのが OR 手法の目標である。

これを別な側面からみると、多数の要素の運動とこれが組織の中において作用する Process を等式または不等式で表現し、最適状況の解を求めることが OR 手法である。

このように OR による決定にさいしては、情報による仮設提起によって最適状況をつくることが必要である。とくに確率体系が導入されるとき Game theory における Minimax Decision が考えられなければならない。数学的には制限式の係数を正確に数学的に測定できない場合、また情報が不十分であるか、また不確実であって、係数が確率変数のとき Stochastic L. P. によって最適解を求める手法を導入しなければならない。

(B) 効果の評価のための基準

Model の数学的展開の必要なことは、目標が複雑、多様化であっても、目標達成のプロセスまでの経過、利用が効果の測定につながるものである。

こゝで経営に関する問題においては、評価 (U) が多くの評価項目にわか

れ、それが異質のものであったとき、各項目の評価はつぎのようである。そうしてこれらを総合して一つの評価にしようとする

各項目の評価 $u_1 u_2 \cdots u_n$

総合評価 $U = \phi(u_1 u_2 \cdots u_n)$

この総合評価になるためには、関数形をどうするか、単位を同じくするためにはどうするか、もし $u_1 u_2 \cdots u_n$ が金額で表示されるとき、総合評価は容易となる。この考え方をいま在庫量の政策決定に適用してみよう。在庫管理 Stock Control についてみると Maker から Factory に附設する倉庫にまで輸送され、入庫され、その後生産 Process に Input される流れを考えると、入庫以前の Process と入庫後の Process の二つに分けてみると、輸送と保管という二つの異質の各項目について在庫管理の立場から評価しなければならない。

すなわち「発注に関する輸送を含んだ Business」と「入庫から生産プロセスに入るまでの在庫 Business」とは、時系列からみるならば、入庫以前の Process と入庫後の Process という入庫を t_0 時点とする t_{0-1} と t_{0+1} との関係においては共通の場をとりあげることができるが、それだけでは在庫管理の評価の目的を解決することができない。

在庫管理の目的が Economic lot size を求めることにあるとするならば、二つの内容にわけることができる。

- (1) lot size を一回の入庫量とみる、と同時に最適入庫の量的分析を数学的に展開するものであり、また一回の発注量を求めることにある。
- (2) Economic を考えるとき、初めて入庫を中心する前後の Business の内容が異質的なものであっても、これを Economic と考えるとき、共通の Cost という立場をとらざるを得ない。
- (3) lot size を共通の Cost に変化させるとすれば、 $C_1 = f(x)$ は x という発注量 = 入庫量は発注費用すなわち maker からの輸送 Cost₁ に関連するものとする。また $C_2 = g(x)$ は x という入庫量の保管中に要する保管に関する

Cost₂に関連するものである。

- (4) 共通の Cost を C_1 と C_2 としてもその単位の異るところに注意しなければならない。 C_1 の場合は1回の輸送費（発注費）となり C_2 の場合は入庫1個当り年間の保管費となっている。このために考えられることは年間という期間分析が必要となる。

- (5) 年間という期間分析

すべて数量的把握を年間の概念を入れることにより C_1 については年間の輸送回数を必要とするものである。

R = 年間における生産に必要な原料素材量

Q = 1回の輸送量（発注量 = 入庫量）

$$\frac{R}{Q} = \text{年間の輸送回数となる}$$

さらに C_2 については1個当り年間保管費であるとすれば、 Q の保管量、入庫量は期間経過と共に減少し、再び Q の保管となることを繰り返すものであるとすれば、年間保管量を算定するに $\frac{Q}{2}$ の方法あるいは平均保管量がとられることとなる。

- (6) 発注 Cost (C_1) と保管 Cost (C_2) とに(5)の年間分析を導入したとき、前者は

$$\frac{R}{Q} \times C_1 \quad \text{後者は} \quad \frac{Q}{2} \times C_2 \quad \text{となる}$$

- (7) 入庫を中心とした入庫前の Process に関する輸送費（発注費用 Cost₁）と入庫以後の Process に関する保管費（在庫費用）Cost₂ と lot size との関連をみると、lot size を大きくすると発注費用は減少し、在庫費用は増加する。また品切れによる Loss は減少する。

- (8) 総合評価の場合、相反する性質をもつ二つの費用関係の増減を、和を最小にする場合に対して Q に対する増減の傾向が、同様な関数関係とするこ

とが必要である。

しかも「和を最小」にするタイプの決定問題もあるし「積を最大」にするタイプの決定問題もある。しかし Economic lot size の問題は「和を最小」にするタイプによる解決によらざるを得ない。したがって

$$\text{Total Cost} = C_1 + C_2 = \frac{R}{Q} \times C_1 + \frac{Q}{2} \times C_2 \quad \text{となる}$$

しかしこの場合 $\frac{Q}{2} \times C_2$ については Q の減少%の変化のあることを一応減少%の変化を一定とする制約条件をとらざるを得ない。この場合は一般式 $y = f(x) + g(x)$ の最小を考える最適方策を用いる。

- (9) 関数式が予測と制約条件の導入によって数量的測定可能であり Cost (費用) の側面において共通の価値前提を立てることができた。しかも年間生産に必要な原材料量を一度に入庫する場合には Cost と Q (発注量) との間に異った相関関係をもつことが理解される。また予測の中には輸送中または保管中の Risk についての予測のあることはいうまでもない。

二つの C_1 と C_2 と Q との関係の条件のも全費用 ($C_1 + C_2$) を最小にする最適 lot size (Q) を決める問題は、和を最小にする OR 手法による効果の評価決定という手法によるため、微分条件式 $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$ を適用することとなる。これによって Q という Economic lot size を予測することが可能となる。この展開はつぎのとおりとなる。

$$\frac{\partial (T_1C)}{\partial Q} = \frac{C_1}{2} - \frac{R}{Q^2} C_2 = 0$$

(註) Q について微分する方法となる

$$\text{したがって } \frac{C_1}{2} = \frac{RC_2}{Q^2} \text{ は } Q^2 C_1 = 2 RC_2$$

$$Q^2 = \frac{2 RC_2}{C_1} \text{ これから } Q = \sqrt{\frac{2 RC_2}{C_1}}$$

の Economic lot size を求めることができたのである。この最適 lot size の変更要因は $\frac{Q}{2}$ と $\frac{R}{Q}$ の数量的戦略的経営測定値の要因と在庫投資、資材の供給、製品需要の変化という入庫（発注）を中心としての「統合的側面」を入れる「Integrated Management）の発展的課題のあることを忘れてはならないこととおもう。

以上発注量（在庫量）の経済的効果を評価するための Model づくりができたのである。

もう一つ「生産管理論に L, P を導入したプロジェクト」をあげるとつぎのようになる。生産管理の中で時間管理についてみよう。それは二つの生産工程でのそれぞれの機械の作業時間の限界を T_1 と T_2 とし、二つ製品（ x, y ）を生産する工程における所要時間を（ a, c と b, d ）とし、これらを所与として制約条件を式化すれば

$$\begin{aligned} ax + by &\leq T_1 \\ cx + dy &\leq T_2 \end{aligned} \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

となり、製品別の利潤 α, β を導入し、利潤の目的函数の最大化のモデル化は下記のとおり、

$$f(x, y) = \alpha x + \beta y$$

となり、最適解がこの解の実現可能範囲から求めることができる。このようにして制約条件の設定と目的函数の極大化によって生産効果を利潤極大に結びつけるものである。

× × ×

上記の二つの Cost Study で理解されるように、費用の和の最小の場合も、需要の変化、供給の変化にたいしての経営者の在庫 Loss または Risk を予測しての Cost の変化、また利潤極大の場合の制約条件の変化が却って経営者のより積極的な経営効率的な態度を誘発することとなろう。

(C) **Forecasting (予測)**

在庫管理のほかに「予測」という「経営科学」の手法をとりあげてみよう。こゝでは Trend 分析の一般的手法を考えてみる。正常な時間的系列における量的予測ということは一つの情況適応の行動でもあり「経営科学的 Business」としてとりあげることのできるであろう。

この場合必要な条件は Trend (傾向値) を見出すための Data は予測に接近すると推定させるものでなければならないのが特徴である。予測する者は「optimal なモデル」を発展的に考え、この問題解決のためには多くの困難な部分があることを理解しなければならない。

時系列を考えると、たとえばグラフで計算するとか、モデルをつくるための相関事項をはっきりとし、その系列は動的ないろいろな型をもっていることを考慮すべきである。

いま最近 (1989 年版) の International Journal of Forecasting 5 から P. A. TEXTER & J. K. ORD 共著の論文をみるに、つぎのようなことが展開されている。

X_t $t = 1, 2, \dots, n$ 時系列に random な変数があったにしても

$Z_t = \nabla^d X_t = \nabla^{d-1} (X - X_{t-1})$ という現時点とその前の時点との差を考えると d 期の整然とした多項式的 Trend を除去する前提のもとに Z_t を求めている。このことについてはまた後述することとして、一般的に予測の方法としては、regression の方式をとる曲線型の回帰線を用いる場合、また $t + 1$ の Demand 測定の場合の $F_{t+1} = \alpha D_t + (1 - \alpha) F_t$ などが使用される

$F_{t+1} = \text{New Demand Forecast}$

$\alpha = \text{Current Demand \&}$

Smoothing constant

$\alpha \geq 0 \quad \alpha \leq 1$

あるいは

$F_{t+1} = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^t D_t$ のように最近の数時点にさかのぼった $i = (t -$

$n + 1$) 場合の平均を考えるなどの手法などは「経営科学の領域のなか」で解決している具体的例であろう。この詳細な展開はつぎの研究にまつこととする。

× × ×

以上のように今回は、経済 Data の計数的分析と経営 Data の計数的分析という二つの分析の比較の中で、特に「在庫管理」の計数的分析を中心にした論述である。

以上

参考資料

- 横川義雄著「経営学の発展理論」(増補版) 千倉書房 (1986)
- International Journal of Forecasting 5 (1989)
- 横川義雄論文「情報科学と経営科学」との連結 札幌大学 経済と経営 No. 20-1号 (1989)