経済と経営　18－2 (1987. 9)

〈論　文〉

貨幣経済における経済政策とその効果*

飯　田　隆　雄

Ｉ　は　じ　め　に

政府が財政・金融政策を通じて，もしくは，赤字国債の発行によって，国内需要を拡大し，GNP を増大しなければならない場合，貨幣経済の枠組みの中では如何なる事態が発生するか，という問題は経済政策の理論的研究を進める上で重要な研究課題である。

そこで，貨幣経済を前提とした Ramsey-Koopmans タイプの最適成長モデルの中で，財政・金融政策を通じて行われる貨幣供給率の変化と，貨幣の実物経済に与える影響を分析した一連の研究成果を要約すると，以下のようにまとめることができる。

（A）経済は定常状態に向う最適経路が必ず一つ存在する。（B）定常状態のもとで，貨幣備給率の場加は実物経済に影響を与えない。すなわち，貨幣は

＊　本稿は日本経済政策学会全国大会（於・広島経済大学，昭和62年5月24日）において報告したものを，加筆，修正したものである。報告の節，討論者として有益なコメントを下さった広島修道大学・片山尚平先生，フロアから懇切な助言を下さった関西学院大学・羽森茂之先生，また本稿作成に当って，名古屋学院大学・早川弘晃先生，札幌大学・牧野常雄，林原正之，宮　三康，松本源太郎の各先生方から有益なコメントや御指導を拾きました。ここに紙面をおかりしてお礼申し上げます。

「中立的」である (Sidrauski(1967), Calvo(1970), Dornbush and Frenkel (1973), Hayakawa(1986-a))。

こういったモデルでは，ある代表的家計を考え，制約式に，資産のストックと，資産の各時点ごとの増加分を表わす二つの制約成のもとで，この家計は消費と貨幣からなる異時点効用関数を極大化することによって，最適な実物資本と貨幣の組み合わせを決定する，という構造になっている。

ここで，定常状態となるための条件は，資本労働比率にのみ依存する規模に関して収穫一定の生産関数のもとで,「資本の限界生産物は労働成長率と時間選好率との和に等しい」。同時に「貨幣と消費の限界代替率は時間選好率に等しい」。というものであった。

また，貨幣が「中立的」となる根拠は，モデルの中で,「家計にとって，期待インフレ率がパラメーターとして仮定されている」。ということにあった。

ところが，近年の研究成果によれば，同じ家計の効用関数のもとで，事前的にこの期待インフレ率が経済全体にどのような影響を及ぼし得るか，ということを考慮するような価格メカニズムが，家計の最適行動の中に組み込まれている場合，すなわち，家計が価格に対する完全情報を入手できる場合には，貨幣は「非中立的」となり，政府が貨幣供給率を変化させて行う政策の有効性が明かとなった。

さて，今日のように，特に，社会資本を充実することによって，国内需要の拡大を計ることが世界的な政策要求となった現在，限られた政府支出を呼び水として民間資本を有効に利用しなければ新たな政策が実行できないという現状である。従って，この政府支出による民間活力拡大政策が政府の資金調達方法によっては，必ずしもGNPの拡大につながらない場合が存在する。

そこで，本稿では，簡単な貨幣経済モデルを用いて，政府支出が民間経済の生産性を高めるような形で行われた場合，経済にどのような影響が生じるかを検討する。

［記号］

W	：代表的個人の Welfare	
M_t	：t 時点における名目貨幣量	
K_t	：　〃	実物資本
P_t	：　〃	現実の物価水準
L_t	：　〃	総労働量
U	：一人当りの効用	
c_t	：t 時点における一人当りの実質消費	
$m_t = M_t/P_t\,L_t$	：　〃	実質現金残高
$k_t = K_t/L_t$	：　〃	実質資本ストック
a_t	：　〃	総実質富の残高
$f(k_t\,;\,g)$	：　〃	総生産物
y_t^d	：　〃	可処分所得
s_t	：　〃	実質貯蓄
$\theta_t\,m_t$	：　〃	政府の移転支払い
$\theta = \dot{M}_t/M_t$	：t 時点における名目貨幣成長率（(28) 以降)。	
$n = \dot{L}_t/L_t$	：　〃	労働人口成長率
$\dot{P}_t/P_t$	：　〃	現実の物価上昇率
π_t	：　〃	期待物価上昇率
$E(\dot{P}_t/P_t)$	：　〃	現実の物価上昇率の期待値
$\lambda_t,\ \delta_t$	：　〃	ラグランジュ乗数

$\dot{x} = dx_t/d_t$

$f_i = df(x_i)/dx_i$

$f_{ii} = df(x_i)/dx_i^2$

$f_{ij} = df(x_i)/dx_i\,dx_j\ ;\ i \neq j,\ \ i,\ \ j = 1,\ \ 2$

x_t	：ここで使用される全ての変数
t	：時間 t
ρ	：時間選好率（or 割引率)

τ　：（所得）税率

g　：一人当りの政府支出

II モ デ ル

一国閉鎖経済を前提として，貨幣を無償で発行する政府と，企業と家計の両面を兼ね備える多数の個人が存在する。各個人は均一であり，その中の一人を取りあげて代表的個人と呼ぶことにする。財市場と貨幣市場が存在し，各市場は毎時点需要と供給が常に一致しているものとする。

各経済主体（家計，政府）のバランスシートは以下のように表すことができるものとする。

家　計

収　入	支　出
$\{f(k;g)+(\theta-\pi)\}$	$\tau\{f(k;g)+(\theta-\pi)\}$
	c
	$s=(\dot{k}+nk)+(\dot{m}+nm)$

政　府

収　入	支　出
$\tau\{f(k;g)+(\theta-\pi)\}$	g
$\dot{m}+mn$	

代表的個人は，自己の富（＝資産）を実物資本と実質現金残高に配分して保有する初期富と各時点における富の増加分を制約として，毎時点消費と実質現金残高からなる異時点効用関数のゼロから無限時点までの積分値，すなわち，それを個人の Welfare W と呼べば，この W を極大にするようこの個人は行動する。これによって，代表的個人の家計における最適な消費，実質現金残高，実物資本の経路が決定される。しかも，この個人は自個の経済活動が経済全体に与える効果を経験的に知っておりこの効果を予測しながら主体的行動を行うものとする。

代表的個人の Welfare W は，ゼロから無限時点までの異時点効用関数の積分値で表されるものとする。

(1)　$W=\int_0^{\infty} U(c_t, m_t)e^{-\rho t}dt$

$\rho>0$: const.　$m_t=M_t/P_tL_t$

U　：一人当りの効用

c_t　：t 時点における一人当りの実質消費

m_t：t 時点における一人当りの実質現金残高

M_t：t 時点における名目貨幣量

P_t　：t 時点における現実の物価水準

L_t　：t 時点における総労働量

ρ　：時間選好率（or 割引率）

ここで，効用関数は，連続で2回微分可能であり，以下の性質を満たすものとする。

(2－a)　$U_c>0$,　$U_m>0$

(2－b)　$U_{cc}<0$,　$U_{mm}<0$

(2－c)　$U_{cm}=U_{mc}>0$

(2－d)　$\lim_{c_t\to\infty} U_c=0$,　$\lim_{c_t\to 0} U_c=\infty$

$\lim_{m_t\to\infty} U_m=0$,　$\lim_{m_t\to 0} U_m=\infty$

この個人は，t 時点における一人当りの総富の残高 a_tを一人当り実物資本 k_tと一人当り実質現金残高（＝貨幣）m_t に配分して所有することができるとする。

(3)　$a_t=k_t+m_t$: $k_t=K_t/L_t$

a_t　：t 時点における一人当り総実質富の残高

k_t ：t 時点における一人当り実物資本

m_t ：t 時点における一人当り実質現金残高

また，どの時点 t においても，個人の可処分所得 y_t^d は，税引き後の，t 時点における一人当り総生産物 $f(k_t; g)$ と，t 時点における一人当りの貨幣の増加にともなう実質現金残高の増分 θm_t から t 時点における一人当りの現実の物価上昇による実質現金残高の減額分を考慮したものから構成されるものとする。

(4)　$y_t^d = (1-\tau)\{f(k_t; g) + (\theta - \frac{\dot{P}_t}{P_t})m\}$

τ ：（所得）税率；$0 < \tau < 1$.

g ：政府支出

θ ：実質現金残高の増加率

$\dot{P}_t/P_t$ ：t 時点における現実の物価上昇率

さらに，この可処分所得は，どの時点 t においても t 時点における一人当りの実質消費 c_t と実質貯蓄 s_t に配分されるものとする。

(5)　$y_t^d = (1-\tau)(c_t + s_t)$

実質貯蓄 s_t は実物資産と貨幣で保有されるものとする。すなわち，s_t は t 時点における一人当り実物資本蓄積 $\dot{k}_t$ と実質現金残高の増分 $\dot{m}_t$ に労働人口成長率 n をそれぞれ考慮したものにひとしい。

(6)　$s_t = \dot{k}_t + nk_t + \dot{m}_t + nm_t$；$n = \dot{L}_t/L_t$

従って，(4)(5)(6)より $\dot{k}_t + \dot{m}_t$ は，

(7)　$\dot{k}_t + \dot{m}_t = s_t - nk_t - nm_t = y_t^d - c_t - nk_t - nm_t$

$$=(1-\tau)\{f(k_t\,;\,g)+(\theta-\frac{\dot{P}_t}{P_t})m_t\}-c_t-nk_t-nm_t$$

となる。

一方, t 時点における一人当りの総富の増加分 $\dot{a}$ は, (3)を t で微分することによって得られる。

(8) $\dot{a}_t=\dot{k}_t+\dot{m}_t$

よって, (7)(8)から $\dot{a}$ は,

(9) $\dot{a}_t=(1-\tau)\{f(k_t\,;\,g)+(\theta-\frac{\dot{P}_t}{P_t})m_t\}-c_t-nk_t-nm_t$

となる。

ここで, 政府支出 g は, GNP を増加させるエレメントとして各企業に提供される。すなわち, 民間企業の投資効果がより円滑に促進されるような形で政府支出が運用されるものと仮定する。具体的には, 投資減税的なもの, 工業団地の提供による工場用地の低価格取得等, さらには民間プロジェクトに対するいろいろな優遇措置, などをここでは考えることにする。

また, 生産関数 $f(k_t\,;\,g)$ は, 一次同次関数で, 2 回微分可能な連続関数, すなわち, 通常の Well-behaved な新古典派生産関数であり, 以下の性質を満足するものと仮定される。

(10－a) $\lim_{k_t\to 0} f(k_t;g)=0,\quad \lim_{k_t\to\infty} f(k_t;g)=\infty$

(10－b) $f_i(k_t;g)>0,\quad f_{ii}(k_t;g)<0,\quad f_{ij}(k_t;g)>0$

(10－c) $\lim_{i\to 0} f_i(k_t;g)=\infty,\quad \lim_{i\to\infty} f_i(k_t;g)=0,\quad i$ and $j=k_t,g.$

次に，個人は，自己のポートフォリオ選好によって，物価水準がどのように変化するかを予想することができ，これを t 時点における期待物価上昇率 π_t として表すならば，t 時点における一人当り実物資本 k_t と，実質現金残高 m_t, に依存する関数として定義することができる。ここで，個人のポートフォリオ選好が実物資本をより多く求めるならば，インフレ的となり($\pi_k > 0$)，反対に実物現金残高を多く求めるような時は，デフレ的（$\pi_m > 0$）となるということを知っていると仮定する。また，単純化のため π_t の関数は連続で1階微分可能な線形関数を仮定する。

(11)　$\pi_t = \pi(k_t,\ m_t)\ ;\ \pi_k > 0,\ \pi_m < 0$

さらに，この個人の収集可能な物価情報は完全なものであるため，個人の物価上昇率に対する予測は常に現実の物価上昇率と一致すると仮定する。

(12)　$\pi_t = E\left(\frac{\dot{P}_t}{P_t}\right) = \frac{\dot{P}_t}{P_t}$

$E\left(\frac{\dot{P}_t}{P_t}\right)$：現実の物価上昇率の期待値

最後に，政府は，政府支出の財源を税収でもって賄うが，その不足部分は貨幣の増発でもって行うものとする。

(13)　$\dot{m}_t = g - \tau\{f(k_t\ ;\ g) + (\theta - \dot{P}_t/P_t)\, m_t\} - nm_t$

異時点最適化問題の枠組みにおける個人の主体的均衡問題は(1)−(13)より以下のように表すことができる。

(14−a)　$Max \int_0^{\infty} U(c_t, m_t)\, e^{-\rho t_{dt}}$

(14−b)　$a_t = k_t + m_t$

(14−c)　$\dot{a}_t = (1-\tau)[f(k_t\ ;\ g) + \{\theta - \pi(k_t,\ m_t)\, m_t\}] - c_t - nk_t - nm_t$

(15−a)　$a_t > 0,\ c_t > 0,\ k_t > 0,\ m_t > 0,$ for all t

(15－b)　$a_o>0$, $c_o>0$, $k_o>0$, $m_o>0$

よって，ラグランジアン L は以下のように定めることができる。

(16)　$$L=\int_0^\infty[U(c_t,m_t)+\lambda_t\{(1-\tau)\{f(k_t;g)+(\theta-\pi(k_t,m_t))m_t\}-c_t-nk_t-nm_t-\dot{a}_t\}+\delta_t\{a_t-k_t-m_t\}]e^{-\rho t}dt$$

λ_t, δ_t：ラグランジュ乗数

最大化のための一階の条件と Transversality Condition はそれぞれ次のようになる (see, Arrow-Kruz (1970) chap. II)。

(17－a)　$U_c(c_t, m_t)=\lambda_t$

(17－b)　$$U_m(c_t, m_t)+\lambda_t[(1-\tau)\{\theta-\pi(k_t—m_t)-\pi_m(k_t, m_t)m_t\}-n]=\delta_t$$

(17－c)　$(1-\tau)\{f_k(k_t;g)-\pi_k(k_t, m_t)m_t\}-n=\delta_t/\lambda_t$

(17－d)　$\dot{\lambda}_t=\rho\lambda_t-\delta_t$

(17－e)　$\lim_{t\to\infty} a_t\lambda_t e^{-\rho t}=0$(Transversality Condition)

煩雑さをさけるため以下では添字の t を省略する。

1階の条件から，未知数は 6 (a_t, c_t, m_t, k_t, λ_t, δ_t)，方程式は 6 ((14－b)(14－c)(17－a)(17－b)(17－c)(17－d)) でありモデルは完結する。

次に2階の条件を求める。まず，準備のために (17－b)(17－c) より(18)を得る。

(18)　$$U_m+\lambda[(1-\tau)\{\theta-\pi(k, m)+(\pi_k-\pi_m)m-f_k(k;g)\}-n]=0$$

(17－a)(18)(14－b) から，所与の時点 t における c, m, k の“derived demand function”が a と λ から成る関数として表すことができる。従って，(17－a)(18)(14－b) を解くことによって

(19)　$c=c(a, \lambda)$, $m=m(a, \lambda)$, $k=k(a, \lambda)$

と表現することができる (See, Arrow-Kruz (1970), chap. IV)。

さて，(17－a)(18)(14－b)を全微分し，行列の形で表現すると，以下のようになる。

$$(20)\quad M\cdot\begin{bmatrix} dc \\ dm \\ dk \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\lambda \\ -(1-\tau)Ad\lambda-\lambda(1-\tau)d\theta+\lambda Ad\tau+\lambda(1-\tau)f_{kg}dg \\ -da \end{bmatrix}$$

$$A=\{\theta-\pi-f_k+(\pi_k-\pi_m)m\}$$

$$M=\begin{bmatrix} U_{cc} & U_{cm} & 0 \\ U_{mc} & U_{mm}+\lambda(1-\tau)(\pi_k-2\pi_m) & -\lambda(1-\tau)(f_{kk}(k;g)+\pi_k) \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

ここで (14－a) は両辺に－1を掛けてある。

2階の条件が満足されるためには，以下の条件が満たされなければならない。

《a》 1階の主座小行列式は全て負

$$(21-a)\quad \begin{cases} U_{cc}<0, \\ U_{mm}+\lambda(\pi_k-2\pi_m)<0, \\ -1<0. \end{cases}$$

《b》 2階の主座小行列式は全て正

$$(21-b)\quad \begin{cases} -\{U_{mm}+\lambda(1-\tau)(\pi_k-2\pi_m)\}-\lambda(1-\tau)\{f_{kk}(k;g) \\ \quad +\pi_k\}>0 \\ -U_{cc}>0, \\ U_{cc}\{U_{mm}+\lambda(1-\tau)(\pi_k-2\pi m)\}-U_{cm}^2>0. \end{cases}$$

《c》 $Det\ M<0$

$$(21-\mathrm{c})\quad Det\ M = -U_{cc}\{U_{mm}+\lambda(1-\tau)(2(\pi_k-\pi_m)+f_{kk}(k\ ;\ g))\} + U_{cm}^2 < 0$$

《a》~《c》が満足されるならば, dc/da, $dc/d\lambda$, dm/da, $dm/d\lambda$, dk/da, $dk/d\lambda$ はそれぞれ以下のようになる（計算(22)）。

$$(22-\mathrm{a})\quad \frac{dc}{da}=\frac{1}{Det\ M}U_{cm}\lambda(1-\tau)\{f_{kk}(k\ ;\ g)+\pi_k\}>0$$

$$(22-\mathrm{b})\quad \frac{dc}{d\lambda}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{mm}+\lambda(1-\tau)\{2(\pi_k-\pi_m)+f_{kk}(k\ ;\ g)\} + U_{cm}(1-\tau)\{(\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m-f_k(k\ ;\ g) +n\}]<0$$

$$(22-\mathrm{c})\quad \frac{dc}{d\theta}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cm}\lambda(1-\tau)]<0$$

$$(22-\mathrm{d})\quad \frac{dc}{d\tau}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cm}\lambda\{(\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m-f_k(k\ ;\ g) +n\}]<0$$

$$(22-\mathrm{e})\quad \frac{dc}{dg}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cm}\lambda(1-\tau)f_{kg}(k\ ;\ g)]>0$$

$$(23-\mathrm{a})\quad \frac{dm}{da}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda(1-\tau)\{f_{kk}(k\ ;\ g)+\pi_k\}]>0$$

$$(23-\mathrm{b})\quad \frac{dm}{d\lambda}=\frac{1}{Det\ M}[U_{cc}(1-\tau)\{\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m -f_k(k\ ;\ g)+n\}+U_{mc}]<0$$

$$(23-\mathrm{c})\quad \frac{dm}{d\theta}=\frac{1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda(1-\tau)]>0$$

$$(23-\mathrm{d})\quad \frac{dm}{d\tau}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda\{(\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m-f_k(a\ ;\ g) +n\}]>0$$

$$(23-\mathrm{e})\quad \frac{dm}{dg}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda(1-\tau)f_{kg}(k\ ;\ g)]<0$$

(24－a)　$\frac{dk}{da}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cc}\{U_{mm}+\lambda(1-\tau)(\pi_k-2\pi_m)\}-U_{cm}^2]$

$=1-\frac{dm}{da}>0$

(24－b)　$\frac{dk}{d\lambda}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{mc}+U_{cc}(1-\tau)\{(\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m$

$-f_k(k;g)+n\}]>0$

(24－c)　$\frac{dk}{d\theta}=\frac{-1}{Det\ M}[U_{cm}\lambda(1-\tau)]>0$

(24－d)　$\frac{dk}{d\tau}=\frac{1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda\{(\theta-\pi-n)+(\pi_k-\pi_m)m-f_k(k;g)+$

$n\}]<0$

(24－e)　$\frac{dk}{dg}=\frac{1}{Det\ M}[U_{cc}\lambda(1-\tau)f_{kg}(k;g)]>0$

ここで，富の増加以上に実物資本は，増加しないため，$1>dk/da>0$，$1>dm/da>0$ となり，$f_{kk}(k:g)+\pi_k<0$ となる。

従って，c，m，k の derived demand functions は，

(25－a)　$c=c(a,\ \lambda;\theta,\ \tau,\ g)$；$c_a>0$，$c_\lambda<0$，$c_\theta>0$，$c_\tau<0$，$c_g>0$．

(25－b)　$m=m(a,\ \lambda;\theta,\ \tau,\ g)$；$0<m_a<1$，$m_\lambda<0$，$m_\theta>0$，$m_\tau>0$，$m_g<0$．

(25－c)　$k=k(a,\ \lambda;\theta,\ \tau,\ g)$；$0<k_a<1$，$k_\lambda>0$，$k_\theta>0$，$k_\tau<0$，$k_g>0$．

と表すことができる。

次に，動学的分析を行う。$\dot{a}=0$，$\dot{\lambda}=0$ のとき，（同時に $\dot{c}=0$，$\dot{m}=0$，$\dot{k}=0$ が成立する。）これを定常状態と呼ぶ。この時の均衡点（a^*，λ^*）（または（c^*，m^*，k^*））を最適均衡点と呼ぶことにする。さらに，この最適均衡点に至る経路を最適均衡経路と呼ぶことにする。

まず，1階の条件から（(17－a)～(17－d)より）この最適均衡点上では，

$$(26)\quad \rho=\frac{\delta}{\lambda}=\frac{U_m(c^*,\ m^*)}{U_c(c^*,\ m^*)}+(1-\tau)\{\theta-\pi(k^*,\ m^*)$$

$$-\pi_m(k^*,\ m^*)m^*\}-n$$

$$=(1-\tau)\{f_k(k^*\ ;\ g)-\pi_k(k^*,\ m^*)m^*\}-n$$

が成立する。

次に，$(a,\ \lambda)$ 平面で最適均衡点 $(a^*,\ \lambda^*)$ が達成された時の均衡点の近傍における安定性について分析する。1階の条件を考慮すると，(17－d)と(14－b)から $\dot{\lambda}/\lambda$ と $\dot{a}$ の動学方程式体系は，

$$(27-\mathrm{a})\quad \dot{\lambda}/\lambda=\rho-(1-\tau)\{f_k(k(a,\ \lambda)\ ;\ g)$$

$$-\pi_k(k(a,\ \lambda),\ m(a,\ \lambda))m(a,\ \lambda)\}+n$$

$$(27-\mathrm{b})\quad \dot{a}\quad=(1-\tau)[f_k(k(a,\ \lambda))$$

$$+\{\theta-\pi(k(a,\ \lambda),\ m(a,\ \lambda))\}m(a,\ \lambda)]$$

$$-c(a,\ \lambda)-nk(a,\ \lambda)-nm(a,\ \lambda)$$

となる。(27)を $(a^*,\ \lambda^*)$ の近傍で線形近似したものを行列で表すと，

$$(28)\quad \begin{bmatrix} \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda} \\ \\ \dot{a} \end{bmatrix}=N\cdot\begin{bmatrix} \lambda-\lambda^* \\ \\ a-a^* \end{bmatrix}$$

$$N=\begin{bmatrix} -(1-\tau)\{f_{kk}k_\lambda-\pi_k m_\lambda\} & -(1-\pi)\{f_{kk}k_a-\pi_k m_a\} \\ Fk_\lambda-Gm_\lambda-c_\lambda & Fk_a-Gm_a-c_a \end{bmatrix}$$

$$F=(1-\tau)(f_k-\pi_k m)-n$$

$$G=(1-\tau)(\pi_m m-n)+n$$

となる

1階，2階の条件と Transversality Condition から，最適均衡点は Saddle

Point となる (Sidrauski (1965))。従って，$Det\ N<0$ となる。

θ，τ，g の上昇にともなって（a^*，λ^*）が受ける影響を分析する。$\dot{\lambda}/\lambda=0$，$\dot{a}=0$ として(25)を a^*，λ^*，θ，τ，g で全微分すると以下のようになる。

$$(29-a)\quad N^*\cdot\begin{bmatrix} d\lambda^* \\ da^* \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -(f_k^*-\pi_k^* m^*)d\tau & (1-\tau)f_{kg}^* dg \\ -(1-\tau)m^* d\theta & \{f^*-(\theta-\pi^*)m^*\}d\tau & -(1-\tau)f_g^* dg \end{bmatrix}$$

$$(19-b)\quad \frac{d\lambda^*}{d\theta}=\frac{1}{Det\ N^*}(1-\tau)^2\{\pi_k^* m_a^*-f_{kk}^* k_a^*\}<0$$

$$(29-b')\quad \frac{da^*}{d\theta}=\frac{1}{Det\ N^*}(1-\tau)^2(\pi_k^*+f_{kk}^*)k^*>0$$

$$(29-c)\quad \frac{d\lambda^*}{d\tau}=\frac{1}{Det\ N^*}[-(f_k^*-\pi_k^* m^*)(F^* k_a^*-G^* m_a^*-c_a^*) \\ -(1-\tau)\{f_{kk}^* k_a^*-\pi_k^* m_a^*\}\{f^*-(\theta-\pi^*)m^*\}]$$

$$(29-c')\quad \frac{da^*}{d\tau}=\frac{1}{Det\ N^*}[-(1-\tau)\{(\pi_k^*+f_{kk}^*)k^*\}\{f^*-(\theta-\pi^*)m^*\} \\ +(f_k^*-\pi_k^* m^*)(F^* k^*-G^* m^*-c^*)]<0$$

$$(29-d)\quad \frac{d\lambda^*}{dg}=\frac{1}{Det\ N^*}[(1-\tau)f_{kg}^*(F^* k_a^*-G^* m_a^*-c_a^*) \\ -(1-\tau)^2\{f_{kk}^* k_a^*-\pi_k^* m_a^*\}$$

$$(29-d')\quad \frac{da^*}{dg}=\frac{1}{Det\ N^*}[(1-\tau)^2 f_g^*(\pi_k^*+f_{kk}^*)k^* \\ -(1-\tau)f_{kg}^*(F^* k^*-G^* m^*-c^*)]>0$$

$$F^* k_a^*-G^* m_a^*-c_a^*=\{(1/U_{cc}^*)-(U_m^*/U_c^*)\}m_a^*+\rho$$

ここで添字の＊は，最適均衡点上で達成されたa^*，λ^*，c^*，m^*，k^*，の変数を構成要素としていることを示している。

次にθ，τ，gの上昇が最適均衡点$(c^*,\ m^*,\ k^*)$にどのような影響を与えるかを分析する (see Calvo (1979))。

まず(17－a)をtで微分し$\dot{c}$の方程式を求める。

$$(30)\quad \begin{aligned}\dot{c} &= \frac{\lambda}{U_{cc}}\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} - \frac{U_{cm}}{U_{cc}}m \\ &= \frac{U_c}{U_{cc}}[\rho-(1-\tau)\{f_g(k\,;g)-\pi_k m\}+n] \\ &\quad -\frac{U_{cm}}{U_{cc}}[g-\tau\{f(k\,;g)+(\theta-\pi(k,\ m))m\}-nm]\end{aligned}$$

また，(8)(13)(27－b)を利用して，実質資本の増分$\dot{k}$は

$$(31)\quad \begin{aligned}\dot{k} &= \dot{a}-\dot{m} \\ &= f(k\,;g)+\{\theta-\pi(k,\ m)\}m-nk-g-c\end{aligned}$$

となる。

従って，1階の条件(17－a)～(17－c)を満たした$(c,\ m,\ k)$の動学方程・式体系は

$$(32-\mathrm{a})\quad \begin{aligned}\dot{c} &= \frac{U_c}{U_{cc}}[\rho-(1-\tau)\{f_k(k\,;g)-\pi_k m\}] \\ &\quad -\frac{U_{cm}}{U_{cc}}[g-\tau\{f(k\,;g)+(\theta-\pi(k,\ m))m\}-nm]\end{aligned}$$

$$(32-\mathrm{b})\quad \dot{m}=g-\tau\{f(k\,;g)+(\theta-\pi(k,\ m))m\}-nm$$

$$(32-\mathrm{c})\quad \dot{k}=f(k\,;g)+(\theta-\pi(k,\ m))m-nk-g-c$$

となる。

定常状態が達成され($\dot{c}=0$，$\dot{m}=0$，$\dot{k}=0$)，その時最適均衡点$(c^*,\ m^*,\ k^*)$が存在するものとする。この最適均衡点の局所的安定性を調べるために，

(29)を $(c^*,\ m^*,\ k^*)$ の近傍で線形近似し，これを行列の形で表すと以下のようになる。

$$(33-a)\quad \begin{bmatrix}\dot{c}\\ \dot{m}\\ \dot{k}\end{bmatrix}=M\cdot\begin{bmatrix}c-c^*\\ m-m^*\\ k-k^*\end{bmatrix}$$

$$\underline{M}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{U_c}{U_{cc}}(1-\tau)\pi-\dfrac{U_{cm}}{U_{cc}}\{\tau(\pi_m m-n)-n\} & -\dfrac{U_c}{U_{cc}}(1-\tau)f_{kk}+\dfrac{U_{cm}}{U_{cc}}\tau(f_k-\pi_k m)\\ 0 & \tau(\pi_m m-n)-n & -\tau(f_k-\pi_k m)\\ -1 & -\pi_m m+n & f_k-\pi_k m-n\end{bmatrix}$$

また $Det\ M$ は，

$$(33-\mathrm{b})\quad Det\ M=\frac{U_c}{U_{cc}}[(\rho+n)\tau\{\pi_k+f_{kk})-\{\tau\frac{U_m}{U_c}-(1-\tau)n\}f_{kk}]$$

となる。

もし，最適均衡点 $(c^*,\ m^*,\ k^*)$ が達成されるとすれば，名目貨幣成長率 θ，税率 τ，政府支出 g の変化によって $(c^*,\ m^*,\ k^*)$ がどのような影響を受けるかを分析する。

$\dot{c}=0$，$\dot{m}=0$，$\dot{k}=0$ とした(32)の各式を c^*，m^*，k^*，θ，τ，g で全微分したものを行列で表現すると，

$$(34)\quad \underline{M}\begin{bmatrix}dc^*\\ dm^*\\ dk^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Phi_1^*\,d\theta & \Phi_2^*\,d\tau & \Phi_3^*\,dg\\ \tau m^*d\theta & \{f^*+(\theta-\pi^*)m^*\}d\tau & -(1-\tau f_g^*)dg\\ -m^*d\theta & 0 & -(f_g^*-1)dg\end{bmatrix}$$

$$\Phi_1^* = -\frac{U_{cm}^*}{U_{cc}^*}\ \tau m$$

$$\Phi_2^* = -\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(f_k^* - \pi_k^* m^*) - \frac{U_{cm}^*}{U_{cc}^*}\{f^* + (\theta - \pi^*) m^*\}$$

$$\Phi_3^* = \frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau) f_{kg}^* + \frac{U_{cm}^*}{U_{cc}^*}(1 - \tau f_g^*)$$

となる。よって，$dc^*/d\theta$, $dm^*/d\theta$, $dk^*/d\theta$, $dc^*/d\tau$, $dm^*/d\tau$, $dk^*/d\tau$, dc^*/dg, dm^*/dg, dk^*/dg は，それぞれ，

(35－a)　$$\frac{dc^*}{d\theta} = \frac{1}{Det\ M^*}\ (1-\tau)\, nm^*\, \frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(f_{kk}^* - \tau\pi_k^*)$$

(35－b)　$$\frac{dm^*}{d\theta} = \frac{1}{Det\ M^*}\ [-\tau m^*\, \frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau) f_{kk}^*]$$

(35－c)　$$\frac{dk^*}{d\theta} = \frac{1}{Det\ M^*}\ [-\tau m^*\, \frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau)\, \pi_k^*]$$

(36－a)　$$\frac{dc^*}{d\tau} = \frac{1}{Det\ M^*}\ [\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(f_k^* - \pi_k^* m^*)\,(\pi_m^* m^* - n)\,\tau n - (1-\tau)\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}\{f^* + (\theta - \pi^*)\, m^*\}\{(f_k^* - \pi_k^* m^* - n)\pi_k^* - (\pi_m^* m^* - n) f_{kk}^*\}]$$

(36－b)　$$\frac{dm^*}{d\tau} = \frac{1}{Det\ M^*}[-\{\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(f_k^* - \pi_k^* m^*)\}\{\tau(f_k^* - \pi_k^* m^*)\} + (1-\tau)\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}\{f^* + (\theta - \pi^*)\, m^*\} f_{kk}^*]$$

(36－c)　$$\frac{dk^*}{d\tau} = \frac{1}{Det\ M^*}[-\{\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau)\,\pi_k^*\}\{f^* + (\theta - \pi^*)\, m^*\} - \{\tau(\pi_m^* m^* - n) - n\}\{\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(f_k^* - \pi_k^* m)\}]$$

(37－a)　$$\frac{dc^*}{dg} = \frac{1}{Det\ M^*}(1-\tau)\ [(\rho + \tau n f_g^*)\,(f_{kk}^* + \pi_k^*) + \{n(1 - f_g^*) - \frac{U_m^*}{U_c^*}\} f_{kk}^* - \tau n \frac{U_m^*}{U_c^*} f_{kg}^*]$$

$$(37-\mathrm{b})\quad \frac{dm^*}{dg}=\frac{1}{Det\ M^*}\left[\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau)\{f_{kk}^*(1-\tau f_g^*)+f_{kg}^*\tau(f_k^*-\pi_k^* m^*)\}\right]$$

$$(37-\mathrm{c})\quad \frac{dk^*}{dg}=\frac{1}{Det\ M^*}\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau)\left[(1-\tau f_g^*)\pi_k^*+f_{kg}^*\{\tau\pi_m^* m^*-(1+\tau)n\}\right]$$

となる。

今（a^*, λ^*）で Saddle Point である。よって，（c^*, m^*, k^*）においても Saddle Point であると考えられる。そこで，負の特性根が二つ存在する場合は $Det\ M>0$，負の特性根が一つのみの場合は $Det\ M<0$ となる。(29−b)より $d\lambda^*/d\theta<0$，この時，$dc^*/d\theta>0$ ($\theta\uparrow\rightarrow\lambda\downarrow\rightarrow U_c\downarrow\rightarrow c\uparrow$) とならなければならない。従って，(35−a)より，$Det\ M>0$ でなければならない。

III. 結　　　論

以上の分析から導出結果を以下の表にまとめることができる。

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td rowspan="2">θ</td><td rowspan="2">τ</td><td colspan="4">g</td></tr>
<tr><td colspan="2">(a)</td><td colspan="2">(b)</td></tr>
<tr><td colspan="2">a</td><td>+</td><td>−</td><td colspan="2">+</td><td colspan="2">+</td></tr>
<tr><td rowspan="2">λ</td><td>(1)</td><td rowspan="2">−</td><td>−</td><td colspan="2">?</td><td colspan="2" rowspan="2">−</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>?</td><td colspan="2">−</td></tr>
<tr><td rowspan="2">c</td><td>(1)</td><td rowspan="2">+</td><td>+</td><td colspan="2">?</td><td colspan="2" rowspan="2">+</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>?</td><td colspan="2">+</td></tr>
<tr><td colspan="2">m</td><td>−</td><td>+</td><td>?</td><td>−</td><td>+</td><td>−</td></tr>
<tr><td colspan="2">k</td><td>+</td><td>?</td><td>?</td><td>+</td><td>−</td><td>+</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td><td></td><td>(a−1)</td><td>(a−2)</td><td>(b−1)</td><td>(b−2)</td></tr>
</table>

(1) $(\frac{1}{U_{cc}}-\frac{U_m}{U_c})m_a+\rho<0$, (2) $(\frac{1}{U_{cc}}-\frac{U_m}{U_c})m_a+\rho>0$.

(a) $f_{kg}>0$, (b) $f_{kg}=0$, $(i-1)\ 1>\tau f_g$, $(i-2)\ 1<\tau f_g$, $i=1, 2$.

[1] 経済が定常状態にある時，価格情報が家計の最適化行動を通して経済に及ぼす大きさだけ，Sidrauski (1967) の結果と異なる。

[2] 定常状態における貨幣供給率 θ の増加は，それにともなう家計のインフレ期待をとおして，実物経済に影響を与える。すなわち，貨幣は「非中立的」となる (29－b)，(29－b′)，(35－a)，(35－b)，(35－c)。

[3] 定常状態における θ の増加に家計の行動が影響をうけないとき ($\pi_k^*=0$, $\pi_m^*=0$)，貨幣は「中立的」となる(38)，(39)。

$$\frac{dc^*}{d\theta}=\frac{1}{Det\ M^*}\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}(1-\tau)nm^*f_{kk}^*>0,$$
$$\frac{dm^*}{d\theta}=\frac{1}{Det\ M^*}\frac{U_c^*}{U_{cc}^*}\{-\tau m^*(1-\tau)nm^*f_{kk}^*\}<0,$$
$$\frac{dk^*}{d\theta}=0.$$

[4] Tobin (1965) や Hadjimichalkis (1971) etc. といった，Sollow タイプの成長モデルを基礎とした貨幣成長モデルにおいて導出された貨幣の「非中立性」の結論と一致する。すなわち，Tobin, Hadjimichalakis, etc. では，

$$sign(dm^*/d\theta)=-sign(dk^*/d\theta)$$

であり，θ の上昇効果は，貨幣と実物資本とでは，全く逆の効果を持っていた。

ここでは，

$$dm^*/d\theta<0,\ dk^*/d\theta>0$$

となり，Tobin (1965)，Nagatani (1970) の結論と一致する。

[5] $U_{cm}=0$ のケースでも結果は同じである。

[6] τ の増加にともなう効果は，税収の増大にともなって y^* が減少し，a^* の減少をまねく。

[7] 政府支出 g の増加は，生産プロセスを通じて a^* と y^{d*} を増加させる。従って，c^* の増加と政府支出の限界生産力の大きさによって $f^*_{kg}=0$ の時は，

$$(1>\tau f^*_g) \quad \text{ならば} \quad dm^*/dg>0, \quad dk^*/dg<0,$$
$$(1<\tau f^*_g) \quad \text{ならば} \quad dm^*/dg<0, \quad dk^*/dg>0,$$

となる。すなわち，民間資本を活性化させるための政府支出でも，民間の生産力を増大させるようなものでないかぎり，かえってGNPの増大にはつながらない。

[参 考 文 献]

Arrow, K.J. and M. Kurz, *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy,* 1970, Johns Hopkins Press, Baltimore, chap. II and IV.

Brock, W. "Money and growth : the Case of Long Run Perfect Foresight," *International Economic Review,* V. 15 (Oct., 1974) 750−77.

Calvo, G.A., "On Models of Money and Perfect Foresight," *Internatioal Economic Review,* V. 20 (Feb., 1979) 83−103.

Dornbush, R. and J.A.Frenkel, "Inflation and Growth : Alternative Approaches," *Journal of Money, Credit and Banking,* V. 5 (Frb., 1973) 141−56.

Hadjimichalakis, M. "Equilibrium and Disequilibrium Growth with Money the Tobin Models," *Review of Economic Studies,* V. 38 (Oct., 1971) 457−79.

Hayakawa, H. "Intertemporal Optimization and Neutrality of Money in Growth Models," *Journal of Monetary Economics,* (Forcecoming).

"Rational Expectations, Price Dynamics, and Nonneutrality of Money under Intertemporal Optimization," (University of Georgia), *Working Paper Series.* 1986.

Nagatani, K. "A Note on Professor Tobin's 'Money and Economic Growth'," *Econometrica,* V. 83 (Jan., 1970) 171−75.

Sidrauski, M. "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy," *American Economic Review : Paper and Proceeding,* V. 57 (Oct., 1967) 534−44.

Tobin, J. "Money and Economic Growth," *Econometrica,* V. 33 (Oct., 1965) 671−84.